Opakování - Mechanika tekutin – Bernoulliova rovnice

• Cekem tedy dostaneme vyjádření pro **Bernoulliovu rovnici** pro **obecnou stlačitelnou tekutinu**:

$$\int d\left(\frac{v^2}{2}\right) + \int d\varphi + \int \frac{dp}{\rho} = konst. \quad \Rightarrow \quad \frac{v^2}{2} + \varphi + \int \frac{dp}{\rho} = konst.$$

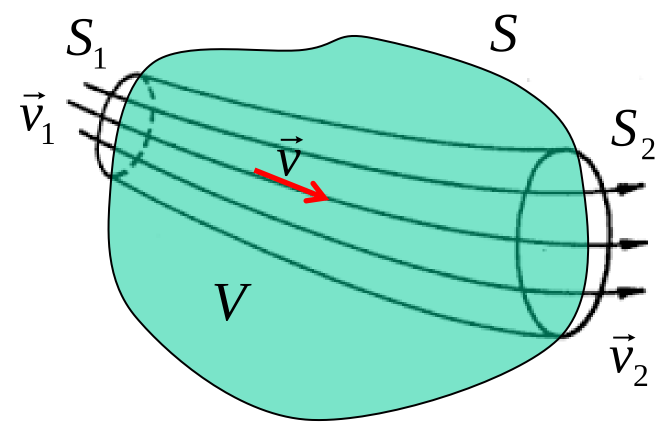
• **Bernoulliovu rovnici** pro **kapalinu**, kdy je hustota konstantní:

$$\rho = konst. \quad \Rightarrow \quad \rho\frac{v^2}{2} + \rho\varphi + p = konst.$$

• „Součet kinetické energie objemové jednotky kapaliny, její potenciální energie a tlaku je podél proudnice konstantní.“

• Pro libovolná dvě místa na stejné proudnici má tento výraz stejnou hodnotu:

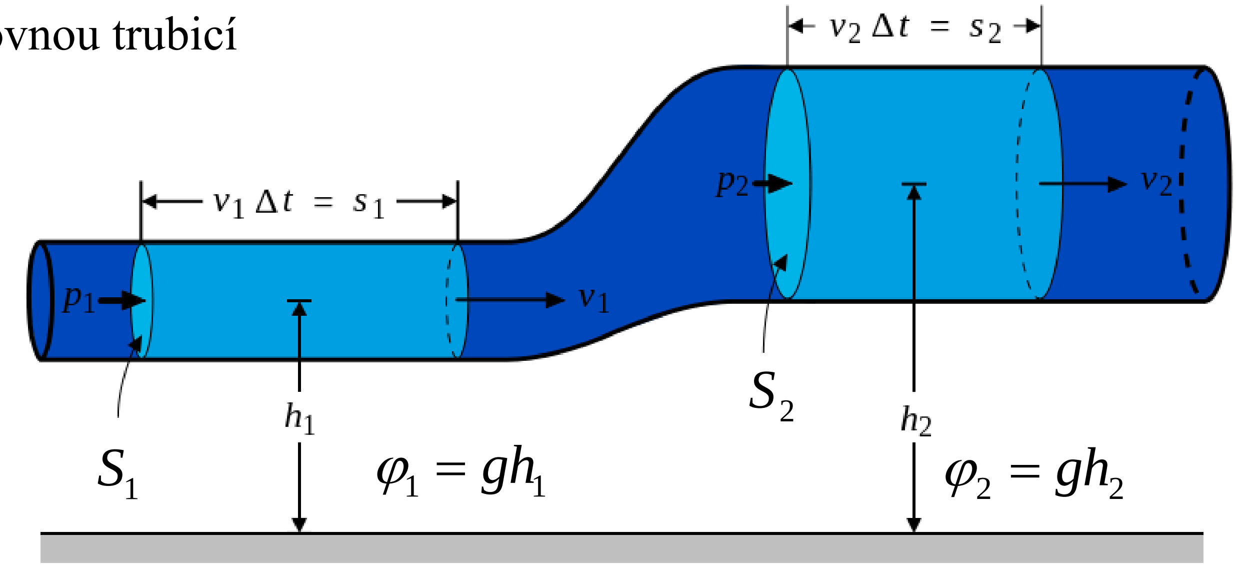
$$\frac{v_1^2}{2} + \varphi_1 + \frac{p_1}{\rho} = \frac{v_2^2}{2} + \varphi_2 + \frac{p_2}{\rho}$$



Opakování - Mechanika tekutin – Bernoulliova rovnice

- Příklad proudění kapaliny vodorovnou trubicí
- ideální (nestlačitelná) kapalina

$$\rho = konst.$$



- kdyby kapalina stála

$$v_1 = v_2 = 0$$

$$\rho\varphi_1 + p_1 = \rho\varphi_2 + p_2 \Rightarrow$$
$$p_2 - p_1 = \rho\varphi_2 - \rho\varphi_1 = \rho g\left(h_2 - h_1\right)$$

- **Bernoulliova rovnice:** $\frac{1}{2}\rho v_1^2 + p_1 + \rho g h_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + p_2 + \rho g h_2 = konst.$

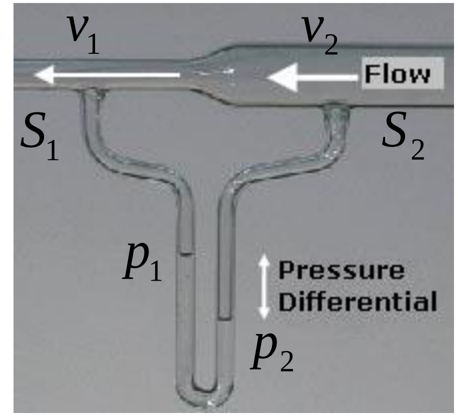
- Rovnice kontinuity: $Q_1 = Q_2 \Rightarrow \frac{V_1}{\Delta t} = \frac{V_2}{\Delta t} \Rightarrow \frac{S_1 v_1 \Delta t}{\Delta t} = \frac{S_1 v_1 \Delta t}{\Delta t} \Rightarrow S_1 v_1 = S_2 v_2 = konst.$

Bernoulliova rovnice

- pokud se nemění výška ($h = konst.$)
- **Venturiho efekt**

(nebo také hydrodynamický či aerodynamický paradox)

$$\underbrace{\frac{1}{2}\rho v^2}_{\text{dynamický tlak}} + \underbrace{p}_{\text{statický tlak}} = konst.$$



$$p_1 < p_2$$

(rovnice kontinuity)

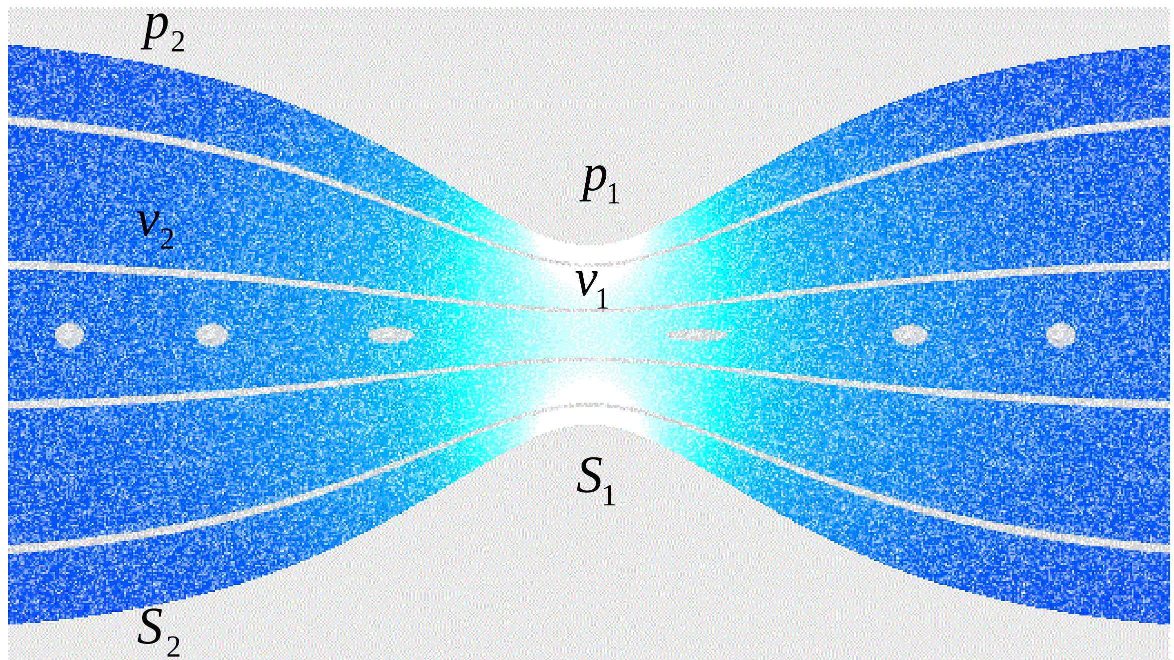
$$S_1 v_1 = S_2 v_2 \Rightarrow v_1 = \frac{S_2}{S_1} v_2$$

$$S_2 > S_1 \Rightarrow v_1 > v_2$$

(Bernoulliova rovnice)

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + p_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + p_2$$

$$v_1 > v_2 \Rightarrow p_1 < p_2$$

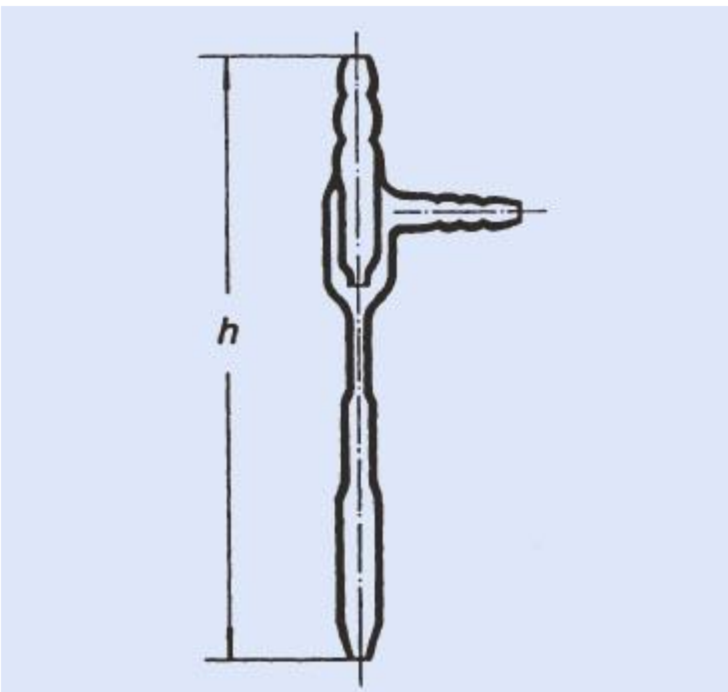


Bernoulliova rovnice

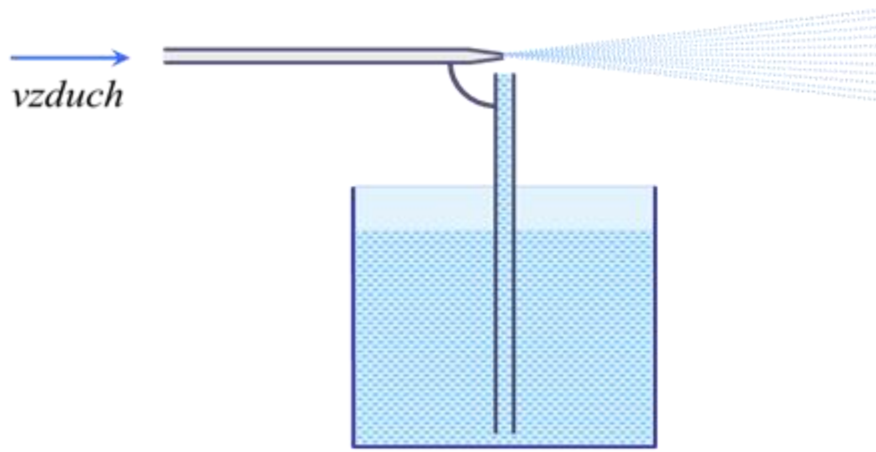
- pokud se nemění výška (*h* = *konst.*)

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + p = konst.$$

- Vodní vývěva



- stříkací pistole



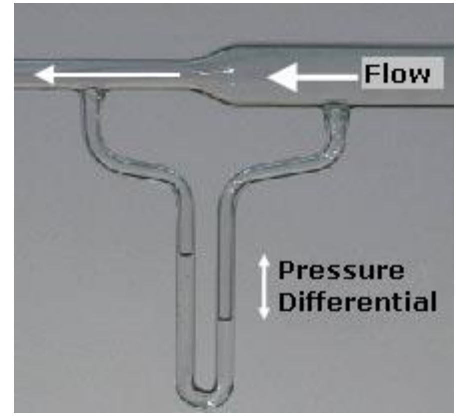
Bernoulliova rovnice

- pokud se nemění výška (h = *konst.*)

- **Venturiho efekt**

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + p = konst.$$

dynamický tlak   statický tlak

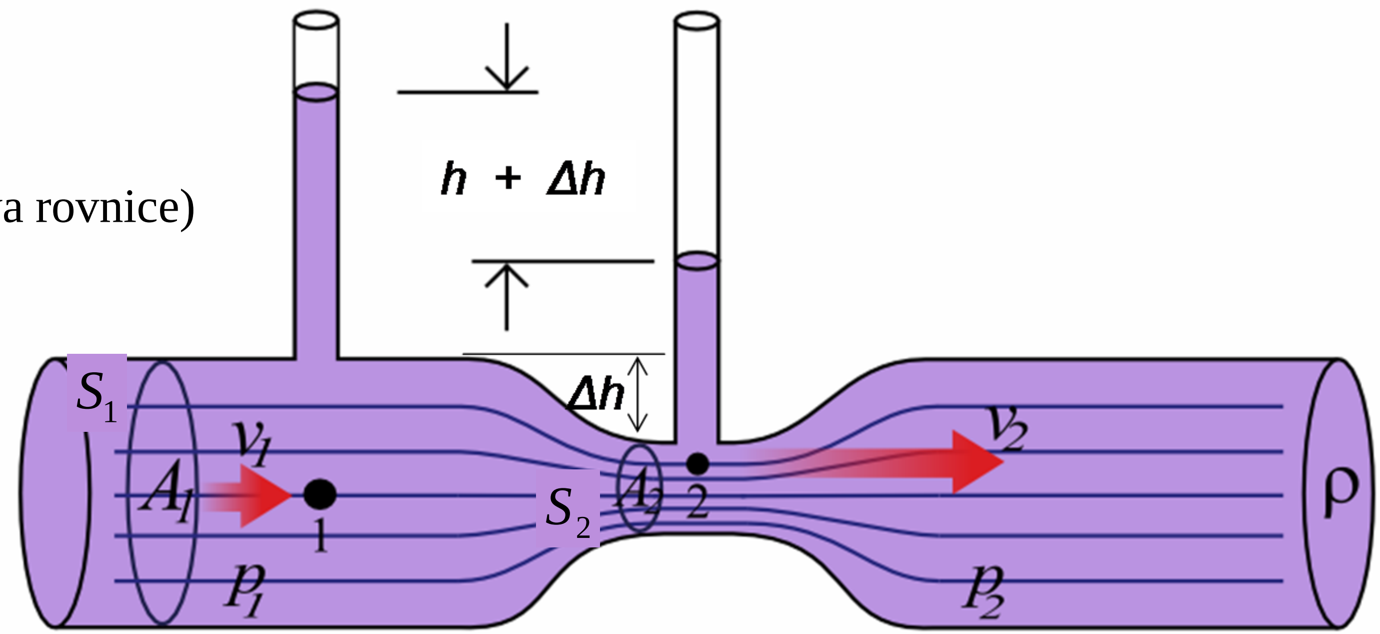


$S_1 v_1 = S_2 v_2$ (rovnice kontinuity)

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + p_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + p_2$$

(Bernoulliova rovnice)

$$v_1 = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho\left(\frac{S_1^2}{S_2^2} - 1\right)}}$$



Bernoulliova rovnice

- pokud se nemění výška (h = *konst.*)

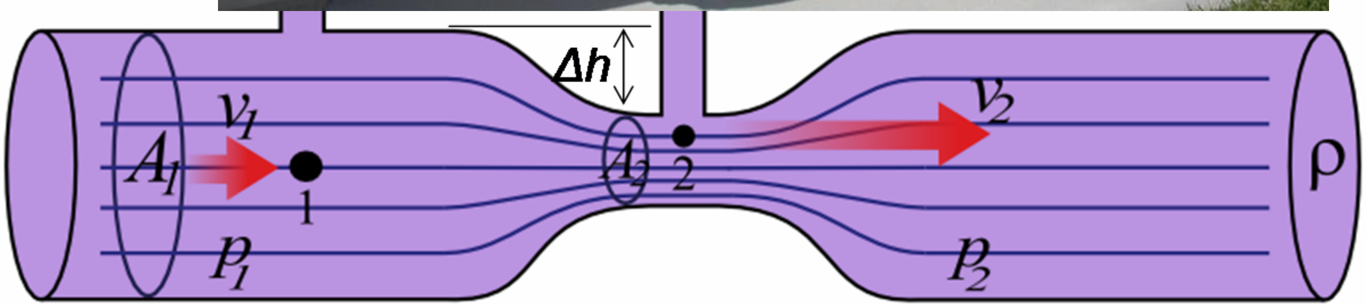
- **Venturiho efekt**

$$S_1 v_1 = S_2 v_2$$ (rovnice kontinuity)

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + p_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + p_2$$

(Bernoulliova rovnice)

$$v_1 = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho\left(\frac{S_1^2}{S_2^2} - 1\right)}}$$



Bernoulliova rovnice

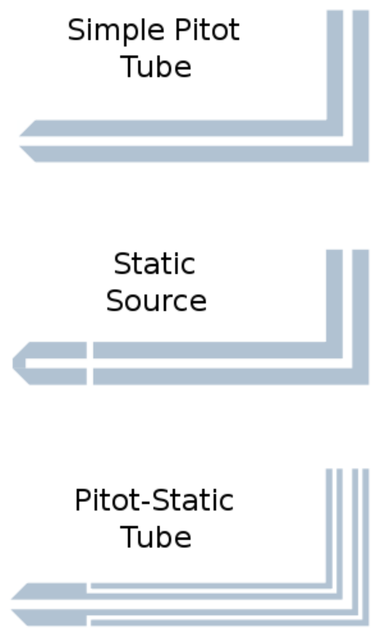
- pokud se nemění výška (h = *konst.*)
- **Pitotova trubice**

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + p = konst.$$

dynamický tlak

statický tlak

Pitotova trubice z letounu F/A-18 Hornet



$$\frac{1}{2}\rho v^2 + p = p_{\mathrm{tot}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2(p_{\mathrm{tot}} - p)}{\rho}}$$

Bernoulliova rovnice

- pokud se nemění výška ($h = konst.$)
- **Aerodynamický vztlak**

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + p = konst.$$

(rovnice kontinuity)

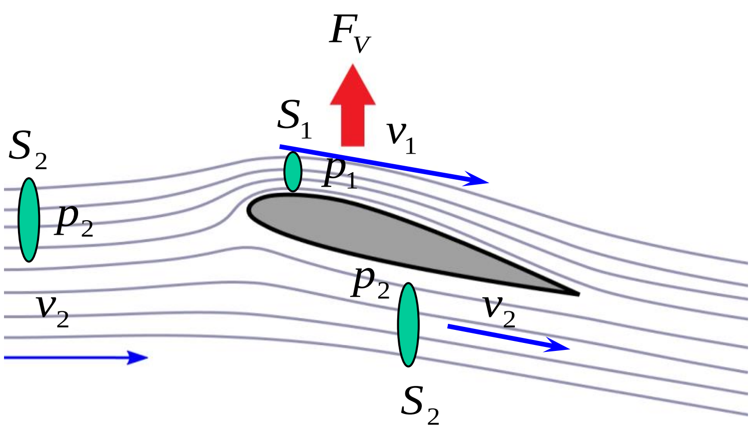
$$S_1 v_1 = S_2 v_2 \Rightarrow v_1 = \frac{S_2}{S_1} v_2$$

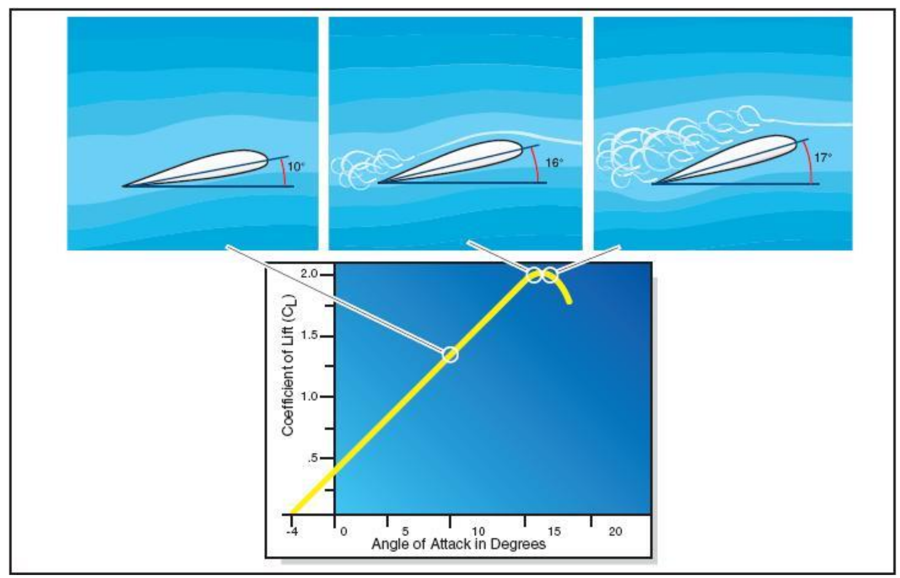
$$S_2 > S_1 \Rightarrow v_1 > v_2$$

(Bernoulliova rovnice)

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + p_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + p_2$$

$$v_1 > v_2 \Rightarrow p_1 < p_2 \Rightarrow F_V$$



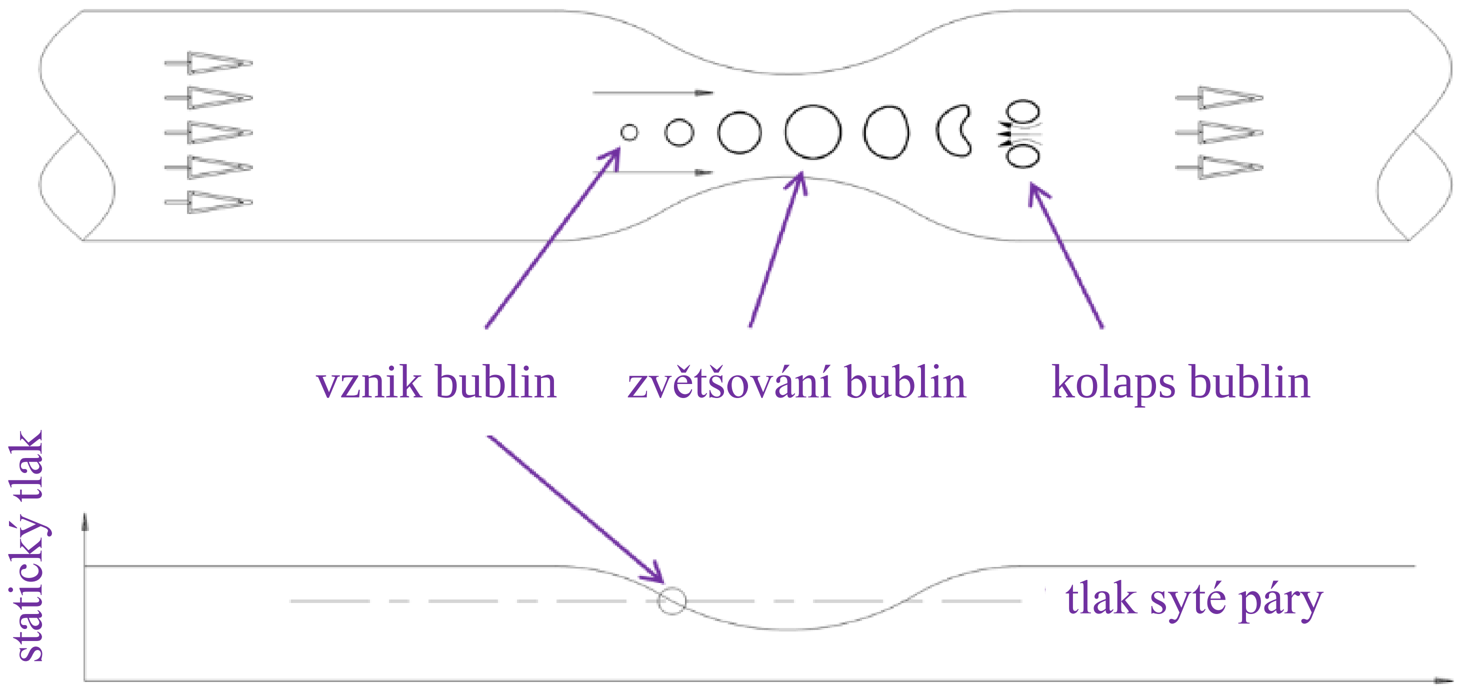


Bernoulliova rovnice

- pokud se nemění výška (h = *konst.)*

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + p = konst.$$

- Hydrodynamická **kavitace** – vznik dutin v kapalině při lokálním poklesu tlaku



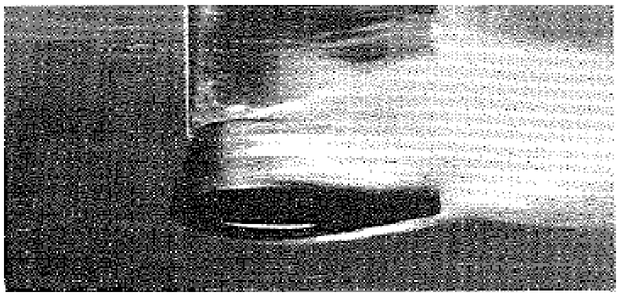
- Kavitace je zpočátku vyplněna vakuem, později se vyplní párou okolní kapaliny nebo do ní mohou difundovat plyny z okolní kapaliny.

Bernoulliova rovnice

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + p = konst.$$

• pokud se nemění výška (*h*= *konst.*)

• Hydrodynamická kavitace – vznik dutin v kapalině při lokálním poklesu tlaku

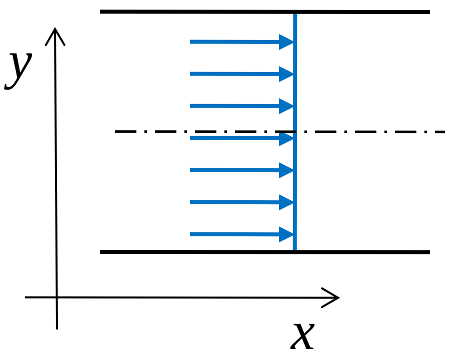


• Při vymizení podtlaku, který kavitaci vytvořil, její bublina kolabuje za vzniku rázové vlny s destruktivním účinkem na okolní materiál.

• Kavitace je zpočátku vyplněna vakuem, později se vyplní párou okolní kapaliny nebo do ní mohou difundovat plyny z okolní kapaliny.

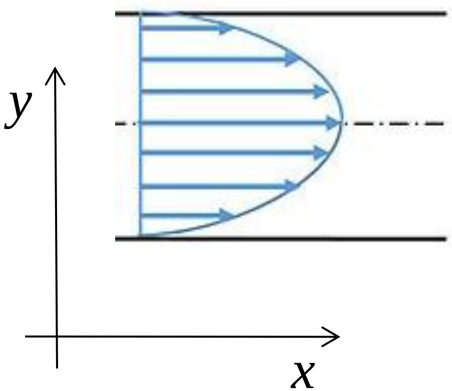
Proudění reálné kapaliny

• proudění ideální kapaliny



• stejná rychlost ve všech místech průřezu

• laminární proudění reálné kapaliny



• rychlost proměnná kvůli vnitřnímu tření

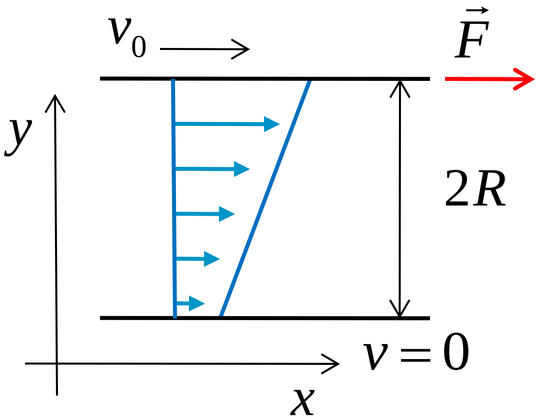
• nejvyšší rychlost uprostřed potrubí, směrem ke krajům klesá k nule

• tečné napětí: $\tau = \eta \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}y}$ (Newtonovské kapaliny)

• dynamická viskozita: $\eta = Ae^{B/T}$

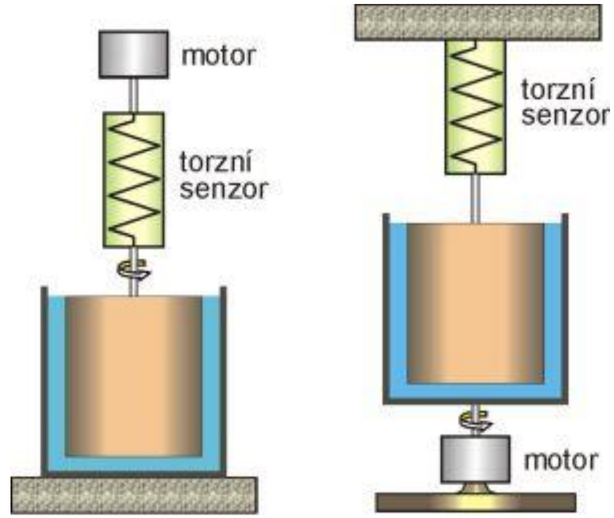
Proudění reálné kapaliny

- měření dynamické viskozity



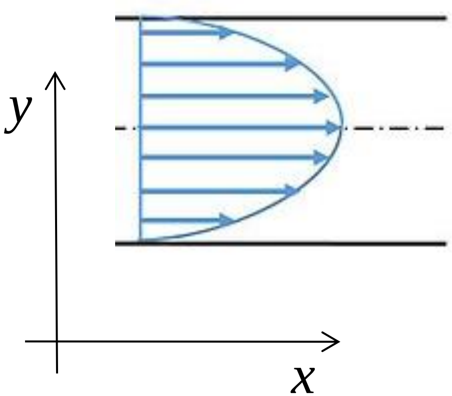
$$\frac{F}{S} = \eta \frac{v_0}{2R}$$

- rotační viskozimetry



$$\varphi = K\eta\omega$$

- laminární proudění reálné kapaliny



- rychlost proměnná kvůli vnitřnímu tření
- nejvyšší rychlost uprostřed potrubí, směrem ke krajům klesá k nule
- tečné napětí: $\tau = \eta \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}y}$ (Newtonovské kapaliny)
- dynamická viskozita: $\eta = Ae^{B/T}$

Proudění reálné kapaliny

- dynamická viskozita při 20°C
- voda: $\eta = 1\times10^{-3}$ Pa s
- etanol: $\eta = 1.2\times10^{-3}$ Pa s
- glycerín: $\eta = 1.48$ Pa s
- med: $\eta = 2-10$ Pa s

$$\tau = \eta \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}y}$$ (Newtonovské kapaliny)

- nenewtonovské kapaliny
  - dilatantní: η narůstá s rostoucí rychlostí změny smykového napětí (kukuřičný škrob)
  - pseudoplastické: η klesá s rostoucí rychlostí změny smykového napětí (krev, barva)
  - Binghamské tekutiny: potřebují určitou prahovou hodnotu smykového napětí aby začaly téci (jíl, zubní pasta, majonéza)